

Diagnostik

Das Kindergartenalter: Sensitive Periode für die Entwicklung numerischer Fertigkeiten

Monika Weinhold Zulauf, Martin Schweiter und Michael von Aster

Zentrum für Kinder- und Jugendpsychiatrie der Universität Zürich

Zusammenfassung. Im Rahmen einer Längsschnittstudie wurden die numerischen Fertigkeiten von 334 Vorschulkindern einer repräsentativen Stichprobe aus dem Kanton Zürich (Schweiz) untersucht. Auf der Grundlage neurowissenschaftlicher Theoriebildung wurde hierzu eine Kindergartenversion der Neuropsychologischen Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen (ZAREKI-K) erstellt. Die Ergebnisse zeigen, dass Kinder vor Schuleintritt bereits über ein beträchtliches zahlenbezogenes Wissen verfügen, wobei allerdings erhebliche interindividuelle Unterschiede bestehen. Der Vergleich des Wissensniveaus im 1. und im 2. Halbjahr lässt zudem auf einen rapiden Wissenszuwachs während des Kindergartenjahres vor Einschulung schließen, wovon allerdings Mädchen und Knaben nicht gleichermaßen profitieren. Während im 1. Halbjahr die Mädchen noch leicht bessere Werte erzielen, schneiden die Knaben im 2. Halbjahr signifikant besser ab. Mögliche Ursachen und Konsequenzen für eine Vorschuldidaktik werden diskutiert.
Schlüsselwörter: Neuropsychologie, Entwicklung, Zahlenverarbeitung, Rechnen, Kindergartenalter, Geschlechtsunterschiede

The preschool year: A sensitive period for the development of numerical abilities

Abstract. Within the scope of a longitudinal study, a representative sample of 334 preschool children of the Canton of Zurich (Switzerland) was administered a Kindergarten version of the “Neuropsychological Test Battery of Number Processing and Calculation” (ZAREKI-K). The instrument and its theoretical basis from current neuroscientific research are presented. The results of the study show that children have an already notable numerical knowledge even before entering school, whereby, however, considerable differences exist between individuals. Comparisons of the performance of children tested during the first and the second half year period imply a rapid increase of knowledge during the preschool year. However, boys and girls do not profit equally. While in the first half year girls are slightly ahead, boys perform significantly better in the second half-year. Possible reasons and consequences are discussed.
Key words: neuropsychology, development, number processing, calculation, preschool-age, gender differences

Mit den Begriffen der Früherkennung und Frühförderung verbindet sich die begründete Erwartung, dass sich spätere Leidensentwicklungen verhindern oder mindestens abschwächen lassen. Im Bereich der Störungen des Schriftspracherwerbs (Lese- und Rechtschreibschwäche) konnte diese Erwartung mit der Diagnostik und gezielten Förderung von phonologischen Verarbeitungsdefiziten im Kindergartenalter eindrucksvoll eingelöst werden (Schneider, Roth, Küspert & Ennemoser, 1998).

Bei der Entwicklung des Rechnens hinkt die Forschung bekanntermaßen hinterher, obgleich Rechenstörungen etwa ebenso häufig wie Lese- und Rechtschreibstörungen sind. Dennoch kann auch in diesem Bereich davon ausgegangen werden, dass mathematisches Wissen nicht mit Schulbeginn seinen Anfang nimmt, sondern aufbaut auf Vorwissen und Fähigkeiten, die im Kleinkind- und Kindergartenalter erworben werden. Eine differenzierte Erfassung dieser Vorläuferfertigkeiten stellt die Voraussetzung dar für

eine mögliche Vorhersage späterer Schulleistungsstörungen und die Entwicklung präventiver Frühfördermethoden.

Die vorliegende Arbeit informiert über erste Ergebnisse eines Forschungsprojekts¹ zur Früherkennung von Rechenstörungen. Für diese Untersuchung wurde eine Kindergartenversion der Neuropsychologischen Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen (ZAREKI, von Aster, 2001a) erstellt (ZAREKI-K). Neben der Erfassung der zahlenbezogenen Fertigkeiten wurden in dieser Untersuchung Merkmale der Intelligenz, der phonologischen Bewusstheit und des Verhaltens mit erfasst. Das Projekt sieht vor, dass alle Kinder am Ende der 2. Klasse bezüglich ihrer Fähigkeiten in den Bereichen Zahlenverarbeitung und Rechnen sowie Lesen und Rechtschreibung nachuntersucht werden, um klassifikatorische Vorhersagen auf die Leistungsentwicklung vor-

¹ Dieses Forschungsprojekt wird unterstützt durch den Schweizerischen Nationalfonds (Nr. 32-64138).

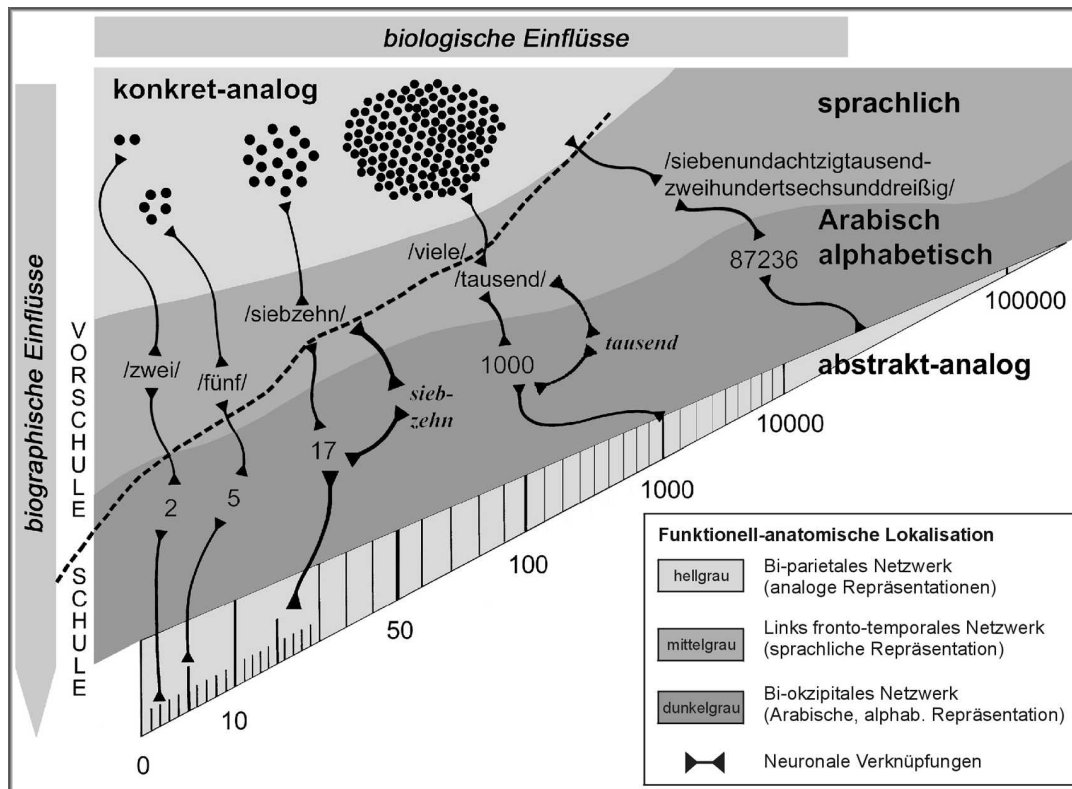


Abbildung 1. Entwicklungsmodell numerischer Repräsentationen.

nehmen zu können. Nach Abschluss der Datenerhebung im Kindergartenalter werden im Folgenden die Leistungen der untersuchten Vorschulkinder in der ZAREKI-K dargestellt und diskutiert. Dabei wird besonderes Gewicht auf die Fertigungsprofile, Geschlechtsunterschiede und die Altersentwicklung gelegt.

Theoretischer Hintergrund

Die jüngere Forschung zum Thema Zahlenverarbeitung und Rechnen hat sehr wesentlich von der Entwicklung neurowissenschaftlicher Modellvorstellungen profitiert. Dabei nimmt das von Dehaene (1992) formulierte „Triple Code Model“ eine herausragende Stellung ein. Dieses Modell macht begründete Annahmen darüber, wie sich bei erwachsenen Menschen unseres Kulturkreises die kognitive Verarbeitung von Zahlen, das mathematische Denken und Rechnen vollzieht. Das Modell geht von einem modular gegliederten System neuronaler Netzwerke aus, in denen Zahlen in drei unterschiedlichen Kodierungen repräsentiert sind. Diese drei postulierten Module sind miteinander verknüpft und werden für unterschiedliche zahlenbezogene Funktionen gebraucht (s. auch Jacobs & Petermann, 2003).

Das analog-semantische Modul enthält die mengen- bzw. größenmäßige Bedeutung von Zahlen in Form einer

räumlich konfigurierten mentalen Zahlenlinie. Diese Repräsentation wird zum Beispiel beim Schätzen der Größe einer Menge, beim Vergleichen von Mengen und beim Überschlagen von Rechnungen gebraucht. Neben dieser ausschließlich in der Vorstellung existierenden Repräsentation sind Zahlen auch als Zahlworte und als Arabische Zahlen repräsentiert. Die linguistische Repräsentation gebrauchen wir bei Zählprozeduren, zum Speichern von numerischem Faktenwissen und zum exakten Rechnen. Das Arabische Modul schließlich ermöglicht den Umgang und das Operieren mit mehrstelligen Zahlen und auch das Beurteilen, ob eine Zahl gerade oder ungerade ist. Zahlworte sind mündlich (akustisch) und schriftlich (visuell) kommunizierbar, Arabische Zahlen nur schriftlich (visuell).

Dehaene et al. (1999) konnten erstmals in einer Studie mit funktioneller Magnetresonanztomographie (fMRI) zeigen, dass diese Module bei Erwachsenen jeweils eigenständige neuronale Netzwerke in unterschiedlichen Regionen des Gehirns bilden. Bei Schätzaufgaben aktivierten Probanden primär Regionen im Bereich des inferioren parietalen Kortex beider Hirnhälften, während sie bei exakten Rechenaufgaben primär linksseitige präfrontale Areale im Bereich des sprachverarbeitenden Kortex aktivierten.

Die Entwicklung dieser Hirnfunktionen und -strukturen ist auf gesunde Anlagen und Organsysteme ebenso

angewiesen wie auf ein geeignetes soziales und schulisches Lernumfeld. Das in Abbildung 1 dargestellte Entwicklungsmodell (von Aster, 2001b) macht deutlich, dass bereits lange vor Schuleintritt Fähigkeiten zur Verarbeitung numerischer Inhalte vorhanden sind. Dabei kann davon ausgegangen werden, dass eine grundlegende Fähigkeit zum Erkennen und Unterscheiden von Mengen bereits im Säuglingsalter besteht und genetisch disponiert ist. Die Entwicklung der linguistischen Zahlenrepräsentation beginnt mit dem Erlernen der Zahlwortreihe und setzt sich mit dem Erwerb von Zähl- und Abzählfertigkeiten sowie einfachen arithmetischen Operationen im Kleinkind- und Vorschulalter fort.

Mit Eintritt in die Schule beginnt die systematische Instruktion des Arabischen Notationssystems. Dem Modell zufolge ermöglicht erst diese Digitalisierung der Zahlworte die Konstruktion einer abstrakt-analogen semantischen Repräsentation in Form einer mentalen Zahlenlinien- oder Zahlenraumvorstellung. Arabische Zahlen stellen in diesem räumlich-bildlichen, individuell geformten mentalen Gebilde die notwendigen gliedernden Elemente dar.

Bestätigung findet dieses Modell in einer fMRI-Untersuchung an Kindern der 3. bis 5. Klassenstufe (von Aster et al., 2002; von Aster, im Druck). Hier zeigte sich, dass beim Schätzrechnen die Aktivitätsmuster der Kinder noch deutlich verschieden sind von denen Erwachsener. Die Kinder zeigten keine parietale Aktivität bei Schätzrechenaufgaben, sondern lösten diese, ebenso wie exakte Rechenaufgaben, unter Aktivierung derselben linksseitig präfrontalen sprachregulierenden Hirnareale. Dies spricht dafür, dass ein neuronales Netzwerk, das rasches Schätzrechnen durch einen automatisierten Zugriff auf eine innere mentale Zahlenlinie ermöglicht, bei Kindern in diesem Alter noch nicht entwickelt ist.

Mit der ZAREKI-K sollen die verschiedenen inhaltlichen und kodierungsspezifischen Aspekte des Numerischen möglichst separat in verschiedenen Aufgabengruppen geprüft werden. Die in der vorliegenden Arbeit präsentierten Ergebnisse geben Aufschluss über die gefundenen vorschulischen Fertigungsprofile.

Geschlechtsunterschiede

Die schulische Entwicklung ist im Bereich Mathematik von einem seit Jahren bekannten und viel diskutierten Phänomen geprägt: Jungen zeigen mit zunehmender Schulzeit einen wachsenden Wissens- und Fähigkeitsvorsprung gegenüber Mädchen (vgl. PISA-Studie; OECD, 2001). Diese unterschiedlichen geschlechtsbezogenen Leistungsverteilungen finden ihre Fortsetzung in den verfügbaren Prävalenzangaben zur Dyskalkulie, die mehrheitlich von einem Überwiegen von Mädchen ausgehen (z. B. Klauer, 1992). Bezüglich der numerischen

Fähigkeiten im Kleinkind- und Vorschulalter konnten bislang kaum Geschlechtseffekte zu Ungunsten der Mädchen gefunden werden (vgl. Geary, 1994). Im Gegenteil, Mädchen scheinen in diesem Alter, zum Beispiel was Zählfertigkeiten, Addieren und Subtrahieren betrifft, eher voraus zu sein (Ginsburg & Russell, 1981; Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996). Stern (1998) dagegen berichtet, dass Knaben im Vorschulalter bessere Leistungen zeigen als Mädchen bei der Zahlinvarianzaufgabe. Die Autorin führt dies darauf zurück, dass Knaben in diesem Alter vermehrt spezifische Lerngelegenheiten nutzen, die für die mathematische Denkentwicklung relevant sind.

Über die Ursachen der sich im Schulalter entwickelnden Fähigkeitsunterschiede sind zahlreiche Theorien entwickelt worden, die von der Annahme biologisch (hormonell) wirksamer Mechanismen bis hin zu psychosozialen Prägungen reichen (siehe hierzu Halpern, 2000; Bischof-Köhler, 2002). Drei Elemente scheinen in diesem Bedingungsgefüge von besonderer Relevanz zu sein:

- Bei visuell-räumlichen Syntheseleistungen schneidet das männliche Geschlecht regelmäßig besser ab als das weibliche und im höheren Schulalter besteht ein bedeutsamer statistischer Zusammenhang zwischen Leistungen in mentaler Rotation und Mathematikleistungen (Casey, Nuttall & Pezaris, 1997).
- Mädchen/Frauen verfügen über ungünstigere Selbstkonzepte in Bezug auf Mathematik und leiden häufiger unter spezifischen Mathematikängsten, was zu einer verminderten Kapazität des spezifischen Arbeitsgedächtnisses und zu geringeren Leistungen führt (Ashcraft & Kirk, 2001; Ashcraft, 2002).
- Mädchen und Jungen zeigen unterschiedliche Denkstile und Problemlösestrategien, die in der Mathematikdidaktik ungenügende Berücksichtigung finden (vgl. Schwank, 1990).

Mit der vorliegenden Untersuchung wird der Frage nachgegangen, ob Fertigungsunterschiede zwischen Jungen und Mädchen bereits im Kindergartenalter bestehen und damit zu unterschiedlichen Voraussetzungen für die Schulentwicklung beitragen.

Methodik

Beschreibung des Instrumentes

Im Folgenden werden die einzelnen Subtests des auf der Basis der ZAREKI (von Aster, 2001a) entwickelten Instrumentes zur Erfassung von Vorläuferfertigkeiten des Umgangs mit Mengen und Zahlen im Kindergartenalter (ZAREKI-K), dargestellt.

Zählen

Als relevante Aspekte der Zählfertigkeiten werden innerhalb dieser Aufgabenkategorie Vorwärts- (1–30) und Rückwärtszählen (10–0/20–10), Zählen in 2er Schritten (1–20) sowie das Benennen der Zahl vor und nach einer genannten Zahl (Vorläufer/Nachfolger) erhoben.

Abzählen von visuell dargebotenen Punktmengen

Diese Aufgaben erfordern die Beherrschung der grundlegenden Zählprinzipien wie die Eins-zu-eins-Zuordnung sowie die Benennung des Zählergebnisses (Kardinalität) (vgl. Gelman & Gallistel, 1978; Wynn, 1990). Das Kind soll in vier Aufgaben Punktmengen auf Vorlagen laut abzählen, indem es jeden Punkt mit dem Finger berührt. Die vier Vorlagen unterscheiden sich hinsichtlich der räumlichen Anordnung sowie in der Anzahl der Punktelemente (7–18).

Textaufgaben

Zur Lösung dieser Aufgaben sind im Besonderen drei Fähigkeiten nötig: Anschauliches Textverständnis der gestellten Aufgabe (linguistisch-syntaktische Struktur), Umsetzung des im Text präsentierten Problems in eine analoge Rechenoperation sowie die Ausführung der Prozedur. Damit werden gleichzeitig hohe Anforderungen an das Arbeitsgedächtnis gestellt. Im verwendeten Instrument werden zwei Kombinationsaufgaben und zwei Austauschaufgaben präsentiert. Die Lösungszeit wird erfasst.

Zahlennachsprechen

Beim Zahlennachsprechen wird die akustische Kurzzeitgedächtnisleistung für Zahlworte in serieller Abfolge erfasst. Die Aufgabe besteht aus insgesamt 3×4 Folgen von drei bis sechs einstelligen Zahlworten, die das Kind wiedergeben soll.

Verändern von Mengen

Bei diesen Aufgaben soll das Kind Gleichheit zwischen zwei, mittels Punkten dargestellten Mengen durch Zufügen bzw. Wegnehmen von Punkten herstellen. Hierzu müssen den Kindern die Symbolbezeichnungen plus/und sowie minus/weg erklärt werden. Geprüft wird das Verständnis für grundlegende Prozeduren der Veränderung von Mengen (increase/decrease). Es werden je drei Additions- und Subtraktionsprobleme im Zahlenraum bis sieben vorgelegt.

Mündliches Kopfrechnen (Additionen und Subtraktionen)

Geprüft wird das Ausführen von Additions- und Subtraktionsaufgaben und allfällig bereits vorhandenes arithmetisches Faktenwissen. Es werden je sechs Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum bis 20 mündlich gestellt. Die Konstruktion der Aufgaben enthält zwei klassische Schwierigkeitsfaktoren: die Größe der eingesetzten Zah-

len (1–6) und die Höhe der Endsumme (2–11) sowie die Reihenfolge, in der die beiden Zahlen vorgegeben werden (größere Zahl am Anfang oder Ende). Die Lösungszeit wird erfasst.

Anordnen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl

Diese Aufgabe verlangt die Zuordnung von Zahlen zu alternativen Positionen auf einem vorgegebenen Zahlenstrahl. Geprüft wird damit die Fähigkeit, die Mächtigkeit von Zahlen in eine räumliche Analogie zu transformieren (je 5 Aufgaben mit Zahlenstrahl von 0–10 und 0–20).

Perzeptive Mengenverarbeitung

Simultanes Erfassen („Subitizing“) und Schätzen: Mengen bis vier können simultan erfasst werden. Mengen mit mehr als vier bis fünf Items können durch Zerlegung in kleinere, simultan erfassbare Mengen und anschließendes Addieren bestimmt werden. Den Kindern werden Punkte bzw. aufgestreckte Finger für rund eine Sekunde dargeboten. Die Aufgabe besteht in einem exakten Erfassen der Punkte- bzw. Fingeranzahl (4 und 5 Punkte; 7 und 3 Finger). Zwei weitere Aufgaben mit Bildern größerer Mengen verlangen nach fünf Sekunden Präsentationszeit eine Schätzung.

Zahlerhaltung

Bei dieser klassischen Piaget-Aufgabe geht es um die Fähigkeit des Erkennens, dass eine Menge bei Veränderung der räumlichen Anordnung erhalten bleibt. Hierzu werden viermal je zwei Mengen in unterschiedlicher räumlicher Ausdehnung präsentiert.

Transkodieren

Zahlenlesen: Bei diesem Subtest sollen die Kinder sechs in arabischer Form präsentierte Zahlen (3 einstellige, 3 zweistellige) laut vorlesen, sie also aus der Arabischen in die gesprochene Wortform übersetzen.

Zahlenschreiben: Hier sollen die Kinder umgekehrt aus dem gesprochenen Zahlwort das Arabische Symbol schriftlich produzieren. Hier kann auch geprüft werden, welche syntaktischen Regeln spontan angewandt werden.

Symbol-Mengenzuordnung: Dieser Subtest prüft die Fähigkeit Arabische Ziffern einer jeweils korrespondierenden Menge zuzuordnen. Die arabische Zahl wird gezeigt und vorgelesen, die Mengen werden visuell dargeboten.

Mengenbeurteilung kognitiv

Der Subtest besteht aus sechs Fragen, in welchen das Kind angeben muss, ob die genannte Anzahl (Zahlenwerte im Raum von 1–50) in einem bestimmten Kontext (z. B. drei Blätter an einem Baum) wenig, mittel (normal) oder viel bedeutet. Damit wird geprüft, ob das Kind in der Lage ist, den abstrakten numerischen Wert einer Zahl

Tabelle 1. Testleistungen in der ZAREKI-K

Untertest	Score Range (min./max.)	Mittelwert (sd)	Punktminimum (%)	Punktmaximum (%)
Vorwärtszählen	0–4	3.32 (0.89)	2.1	54.5
Rückwärtszählen	0–5	3.36 (2.13)	17.4	27.8
Zweierschritte	0–8	4.76 (3.11)	15.6	34.1
Vorläufer/Nachfolger	0–8	5.42 (2.13)	0.9	21
Abzählen	0–8	6.87 (1.10)	0.3	31.4
Textaufgaben	0–12	4.84 (3.19)	10.5	2.7
Zahlennachsprechen	0–12	5.70 (1.95)	0.6	0.3
Verändern von Mengen	0–6	4.01 (2.03)	10.2	34.7
Addieren	0–12	7.40 (3.83)	3.6	21.6
Subtrahieren	0–12	4.97 (3.50)	7.5	6.3
Zahlenstrahl	0–10	4.94 (2.17)	2.4	2.1
Schätzen + Simultanerfassung	0–7	5.60 (1.27)	0.3	26.6
Zahlenerhaltung	0–8	3.81 (2.03)	8.1	5.7
Zahlenlesen	0–9	5.54 (3.05)	2.7	32.9
Zahlenschreiben	0–23	12.68 (7.60)	6.9	11.4
Symbol-Mengen-Zuordnung	0–4	3.47 (0.87)	1.2	65.6
Mengenbeurteilung kognitiv	0–6	4.60 (1.14)	0.3	23.4
Zahlenvergleich	0–18	13.69 (2.95)	0.3	10.2
Total	max. 172	104.98		

in Hinblick auf einen gegebenen situativen Kontext zu relativieren. Dabei ist unter Aktivierung des Arbeitsgedächtnisses ein mentaler Abgleich mit relevantem Wissen aus dem Langzeitgedächtnis erforderlich.

Zahlenvergleich

Die hierunter präsentierten Aufgaben prüfen das Verständnis für die Größe abstrakter Zahlen. Die ersten beiden Untertests erfolgen mündlich, wobei im ersten Teil sechs Paare im Zahlenraum bis zwanzig dargeboten werden und das Kind die jeweils größere der beiden nennen soll. Im zweiten Teil werden sechs Zahlenpaare im Raum bis hundert verwendet. Der dritte Teil enthält sieben Zahlenpaare in schriftlicher Form im Zahlenraum bis 35, von welchen jeweils die größere Zahl markiert werden soll.

Stichprobe

Als Basis der Ziehung der Stichprobe diente die Population der Kinder, die das 2. Jahr des öffentlichen Kindergartens im Kanton Zürich (Schweiz) im Jahre 2001 besuchten sowie Schweizerdeutsch verstehen und sprechen. Das Geschlechterverhältnis und die soziale Schichtung (operationalisiert über die Wohngemeinde/StadtKreis) der Population wurden berücksichtigt.

Die Ziehung der Stichprobe erfolgte aus den Daten des statistischen Amtes für Raumplanung des Kantons Zürich und ergab eine repräsentative Normalstichprobe mit einem Umfang von $N = 334$. Das Geschlechterverhältnis beträgt 51,2% Mädchen und 48,8% Knaben. Die Kinder stammen aus sieben Gemeinden mit gesamthaft 49 Kindergärten. Das Alter variiert zwischen 60 und 90 Monaten (Mittelwert: 74,41 Mt.; Standardabweichung: 5,03 Mt.) ohne nennenswerte Unterschiede zwischen den Geschlechtern in den jeweiligen Kennwerten. Die Testung erfolgte einzeln in einem separaten Raum während der Kindergartenzeit. Zur Ermittlung von Alterseffekten erfolgte die Untersuchung einer ersten, altersmäßig jüngeren Gruppe im ersten Vorschulhalbjahr und die Testung einer zweiten, älteren Gruppe im zweiten Halbjahr.

Ergebnisse

In der Tabelle 1 sind die Mittelwerte mit Standardabweichungen (sd) und die prozentualen Anteile der Kinder, die keine Punkte (Punktminimum) bzw. das Punktemaximum erreichten, dargestellt.

Das Total-Punktmaximum von insgesamt 172 Punkten hat kein einziges Kind erreicht. Die interindividuellen Unterschiede sind insgesamt sehr beachtlich. Die Differenz zwischen schwächster und stärkster Leistung beträgt 139 Punkte.

Bei den *Zählfertigkeiten* ergibt sich, dass nur 2% der untersuchten Kinder noch nicht bis zehn und 13% noch nicht bis zwanzig zählen können. 54,5% der Kinder erreichen hier das Punktemaximum; d. h. sie können fehlerfrei bis dreißig zählen. Die häufigsten Zählfehler sind bei Zehnerübergängen zu beobachten (beim Vorwärtszählen 20% der Fehler). Das besondere Problem des Zehnerübergangs zeigt sich im Übrigen auch bei allen anderen Zählaufgaben sowie beim Kopfrechnen. Das Benennen von Nachfolgerzahlen erweist sich im Vergleich mit den Vorläuferzahlen erwartungsgemäß als leichter. Die Schnittmenge aller Kinder, die weder rückwärtszählen noch Vorläuferzahlen richtig benennen können, beträgt 10%.

Wie erwartet ist das Bearbeiten von einfachen *Textaufgaben* eine im Kindergartenalter recht anspruchsvolle Aufgabe. 15,6% der Kinder konnten keine einzige Aufgabe korrekt lösen. Nur gerade 2,7% erreichen hier das Punktmaximum. Entsprechend den Schwierigkeitsdifferenzen zwischen Rückwärts- und Vorwärtszählen sowie Vorläufer und Nachfolger benennen erweist sich beim *Kopfrechnen* das Subtrahieren im Vergleich zum Addieren als schwieriger. Für alle Kopfrechenaufgaben gilt, dass je größer die Operanden, desto höher die Fehlerquote. Dabei fällt auf, dass bei Operanden > 5 (also mehr, als eine Hand Finger hat) und bei Zehnerübergängen die Fehlerhäufigkeit zunimmt.

Etwa ein Viertel aller Kinder erreichen bei der *perzeptiven Mengenverarbeitung* die maximale Punktzahl. Das *simultane Erfassen* (subitizing) von vier bzw. fünf Punkten wurde von 90% bzw. 79% der Kinder korrekt gelöst. Das Erfassen von drei Fingern gelang 87% der Kinder auf Anhieb. Bei sieben Fingern bevorzugten die meisten Kinder das Zerlegen (5 und 2) mit anschließendem Zusammenzählen. Beim Schätzen größerer Mengen (27 Becher, 15 Bälle) wurden die tatsächlichen Mengen leicht unterschätzt, bei mehr als zwei Dritteln der Kinder lagen die angegebenen Werte unter 25 bzw. 14. Beim Vergleich der beiden Mengen gaben immerhin knapp 11% der Kinder eine falsche Antwort (mehr Bälle). Bei den *Zählerhaltungsaufgaben* sind die Leistungen wenig einheitlich. Insgesamt erreichen nur 5,7% der Kinder die maximale Punktzahl. Etwa ein Viertel der Kinder vergewissert sich durch Abzählen bzw. Eins-zu-eins-Zuordnung von der Äquivalenz der Mengen.

Dreiviertel aller Kinder beherrschen das *Zahlenlesen* bis 10. Etwa ein Drittel können sogar Zahlen im Zahlenraum bis 20 korrekt lesen. Bei zweistelligen Zahlen lesen 5% der Kinder die einzelnen Ziffern. Beim *Zahlen-schreiben* erreichen bereits 11% die maximale Punktzahl, nur 7% können noch keine Zahl korrekt schreiben. Das Zuordnen von einstelligen Arabischen Zahlen zu abgebildeten Mengen beherrschen knapp 66% der Kinder perfekt (Punktmaximum). Bei der *kognitiven Mengenbe-*

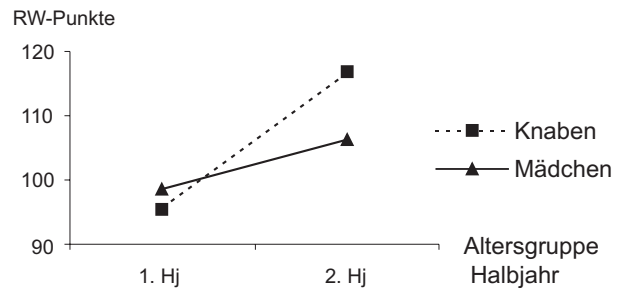


Abbildung 2. Alters- und Geschlechtsunterschiede (Totalscore ZAREKI-K).

urteilung neigen die Kinder zu Extremantworten und zeigen Schwierigkeiten mit der Beurteilung einer mittleren/normalen Größe.

Das mündliche *Vergleichen* der Größe zweier Zahlen im Zahlenraum bis 20 stellt für 60% aller Kinder kein Problem dar. Das schwierigste Item ist hier der Vergleich der Größe der Zahlen „dreizehn“ und „zwanzig“. Dabei dürften viele Kinder das längere Zahlwort für das halten, welches die größere Menge bezeichnet. Im Zahlenraum bis 100 lösten immerhin gut 34% der Kinder alle Aufgaben richtig. Das schwierigste Item hier war der Vergleich von 47 und 71. Dies reflektiert eine noch bestehende Unkenntnis oder Unsicherheit bezüglich der Zuordnung von Stellenwerten (Zehner/Einer) zu Zahlwortelementen in erster oder zweiter Position.

Itemanalyse und Reliabilität. Die Itemanalysen bezüglich Schwierigkeitsgrad und Trennschärfen erbrachten insgesamt zufriedenstellende Werte. Bei den Subtests Zahlenstrahl, Zählerhaltung und Schätzen zeigten sich bei einzelnen Items geringe Trennschärfen. Die Reliabilität über alle Items ist mit einem Cornbach Alpha von .93 als gut zu bezeichnen.

Alters- und Geschlechtsunterschiede

Zur Überprüfung von Alterseffekten wurde die Stichprobe in zwei Gruppen geteilt. Das mittlere Alter der jüngeren Gruppe ($n = 147$) betrug 72 Monate (Range 60–75 Monate), das der älteren Gruppe ($n = 187$) 80 Monate (Range 76–90 Monate). Bei der Geschlechtsverteilung ergaben sich keine bedeutsamen Unterschiede zwischen den beiden Teilgruppen.

Wie Abbildung 2 veranschaulicht, zeigten sich zwischen den beiden altersdifferenten Teilgruppen erwartungsgemäß erhebliche Leistungsunterschiede. Die älteren, im zweiten Halbjahr getesteten Kinder erbrachten deutlich bessere Leistungen als die jüngeren, im ersten Halbjahr getesteten. Bezüglich des Geschlechts zeigte sich allerdings, dass diese Unterschiede bei den Knaben

Tabelle 2. Mittelwertvergleiche bezüglich Alter und Geschlecht auf Subtestebene

	Max. Punktzahl	Jüngere Altersgruppe		Ältere Altersgruppe	
		Knaben	Mädchen	Knaben	Mädchen
		<i>n</i> = 75 Mittelwerte	<i>n</i> = 72 Mittelwerte	<i>n</i> = 88 Mittelwerte	<i>n</i> = 99 Mittelwerte
Vorwärtszählen	4	3.2	3.2	3.5	3.3
Rückwärtszählen	5	3.0	2.7	4.5	3.1*
Zweierschritte	8	4.0	4.1	5.5	5.1
Vorläufer/Nachfolger	8	5.0	4.7	6.3	5.5*
Abzählen	8	6.6	6.9*	6.9	7.0
Textaufgaben	12	4.7	4.2	5.3	5.0
Zahlennachsprechen	12	5.6	5.4	5.8	5.8
Verändern von Mengen	6	3.9	4.0	4.3	3.8
Addieren	12	6.3	6.8	8.2	7.9
Subtrahieren	12	4.8	5.5	5.0	4.7
Zahlenstrahl	10	4.7	4.7	5.4	4.9
Schätzen + Simultanerfassung	7	5.2	5.6	5.8	5.7
Zahlenerhaltung	8	3.3	3.8	4.0	4.1
Zahlenlesen	9	4.7	4.9	6.9	5.4*
Zahlenschreiben	23	9.8	11.0	15.7	13.5*
Symbol-Mengen-Zuordnung	4	3.2	3.5	3.6	3.5
Mengenbeurteilung kognitiv	6	4.4	4.6	4.8	4.6
Zahlenvergleich	18	13.1	12.9	15.1	13.5*
Total	172	95.4	98.5	116.8	106.4*

Anmerkung: * Signifikante Geschlechtsunterschiede $p < 0.05$ (t -Test)

wesentlich ausgeprägter sind als bei den Mädchen. Während die Mädchen in der jüngeren Altersgruppe den Knaben leicht überlegen waren, zeigte sich in der älteren Gruppe eine deutliche Differenz zugunsten der Knaben.

Eine einfaktorielle Varianzanalyse ergab einen signifikanten Effekt der Altersgruppe ($F = 21.4$, DF 1/330, $p < 0.01$) sowie eine signifikante Interaktion zwischen Altersgruppe und Geschlecht ($F = 4.6$, DF 1/330, $p < 0.05$).

In Tabelle 2 sind die Score-Mittelwerte in den einzelnen Subtests nach Geschlecht und Altersgruppe aufgetragen. Der leicht höhere Gesamtwert der Mädchen bei den jüngeren Kindern ergibt sich aus den geringfügig und nicht signifikant besseren Leistungen beim Kopfrechnen, den Zahlerhaltungsaufgaben und beim Transkodieren. Beim Abzählen ist ihr Vorsprung gegenüber den Knaben sogar signifikant. In der Gruppe der älteren Kinder lagen die Werte sämtlich höher als in der Gruppe der jüngeren, wobei nun die Knaben mit wenigen Ausnahmen bessere Leistungen erzielten als die Mädchen, auch in jenen Subtests, in denen die jüngeren Mädchen noch überlegen wa-

ren. Im Totalscore wird der Unterschied zwischen den älteren Knaben und Mädchen signifikant, ebenso in den Subtests Rückwärtszählen, Vorläufer/Nachfolger, Zahlenlesen, Zahlenschreiben und Zahlenvergleich.

Diskussion

Das vorgestellte Instrument zur Erfassung numerischer Fertigkeiten im Kindergartenalter überprüft grundlegende, entwicklungsneuropsychologisch relevante Bereiche, insbesondere Zählfertigkeiten, Zahlenwissen, arithmetische Prozeduren, konkrete und abstrakte Analogiebildung sowie perzeptive und kognitive Mengenverarbeitung. Erste vorläufige Analysen zur Itemqualität ergeben zufriedenstellende Werte bezüglich Trennschärfe und Reliabilität.

Zur Entwicklungsdynamik numerischer Fertigkeiten hat Geary (2000) das Konzept von den „biological primary“ und „biological secondary numerical abilities“ formuliert. Geary unterscheidet darin ein genetisch determi-

niertes vorschulisches Wissen über grundlegende Zählprinzipien und arithmetische Schemata von einem darauf aufbauenden, schulisch sozialisierten Wissen über die Stellenwertstruktur des dekadischen Zahlensystems, arithmetische Prozeduren und mathematische Konzepte. So scharf lassen sich die Grenzen offenbar nicht ziehen. Unsere Untersuchung hat gezeigt, dass viele Vorschulkinder bereits über Wissen verfügen, das ihnen später im mathematischen Erstunterricht wieder begegnet. Ähnliche Beobachtungen wurden verschiedentlich bereits gemacht und mit der Empfehlung verbunden, die mitgebrachten Vorkenntnisse besser im Eingangsunterricht zu berücksichtigen (Hengartner & Röthlisberger, 1995; Hasemann, 2001; Probst & Waniek, 2003). Das Besondere an diesem Ergebnis ist, dass die Kinder dieses Wissen ohne systematische Instruktion in der Auseinandersetzung mit der realen Umwelt erwerben. Dies dürfte auch der Grund dafür sein, dass die Variabilität des numerischen Vorwissens sehr groß ist. Viele Kinder haben bereits ein weit entwickeltes lexikalisches und syntaktisches Zahlenwissen und beherrschen die Arabische und linguistische Stellenwertstruktur, während andere noch Schwierigkeiten haben korrekt weiter als bis zehn zu zählen. Eine spielerische, spezifische Lerngelegenheiten bereitstellende und anregende Vorschuldidaktik könnte helfen, diese Unterschiede auszugleichen und damit auch das schulische Anfangscurriculum besser auf die vorhandenen Vorwissensstrukturen abzustimmen.

Als ein weiteres Ergebnis kann festgehalten werden, dass das Wissensniveau der in der zweiten Jahreshälfte untersuchten Kinder jenes von denen, die in der ersten Hälfte getestet wurden, deutlich überragt. Dies deutet darauf hin, dass sich während des Kindergartenjahres eine rapide Entwicklung numerischen Wissens vollzieht. Angesichts dieser Befundlage lässt sich das Jahr vor Schuleintritt als eigentliche „sensitive Periode“ für die Entwicklung mathematischer Fähigkeiten bezeichnen. In dieser Zeit findet eine insgesamt beachtliche Wissensentwicklung statt, von der allerdings nicht alle Kinder gleichmäßig profitieren. Scheinbar nutzen die Kinder in unterschiedlicher Intensität die Möglichkeiten in ihrer Umwelt zum Aufbau numerischen und arithmetischen Wissens und machen zu einem großen Teil auch nicht halt vor den Grenzen curricularer Lerninhalte der Schule.

Bei dieser Entwicklung besteht jedoch ein markanter Geschlechtsunterschied zugunsten der Knaben. Bei den jüngeren Kindern zeigen noch die Mädchen diskret bessere Leistungen, insbesondere beim Abzählen, bei der Zahlerhaltung und auch beim Kopfrechnen. Dies stimmt durchaus mit Ergebnissen früherer Untersuchungen überein, wonach Mädchen im Vorschulalter in bestimmten Bereichen überlegen sind (Blevins-Knabe & Musun-Miller, 1996; Stern, 1998). Bei den älteren Vorschulkindern unserer Studie sind die Knaben allerdings signifikant überlegen, womit sich der Vorsprung der Mädchen in dem Zeitfenster des Jahres vor Schuleintritt in einen

deutlichen Rückstand umkehrt. Dieses Ergebnis ist insofern von Bedeutung, als es anzeigt, dass der Ursprung für den im Schulalter anwachsenden Vorsprung der Knaben im Kindergartenalter liegt. Hasemann (2001) hat allerdings vor Schuleintritt nur sehr geringfügige Geschlechtsunterschiede gefunden, was möglicherweise auf Unterschiede hinsichtlich der überprüften Wissensbereiche zurückzuführen ist.

Über die Gründe des im Vorschulalter entstehenden Vorsprungs der Knaben lässt sich vorläufig nur spekulieren. Wir vermuten, dass den unterschiedlichen primären Spielinteressen von Knaben und Mädchen dieses Alters eine erhebliche Bedeutung zukommt. Für das stärker wettbewerbsbezogene, kompetitive Spiel der Knaben (wer ist schneller, stärker, größer, besser, wer hat mehr? usw.) stellen Zahlen wichtige Maßeinheiten dar. Diese Spielinhalte bieten damit ein intensives Übungsfeld für zahlenbezogene Funktionen und Tätigkeiten. Das demgegenüber stärker beziehungs- und phantasiebezogene Spiel der Mädchen benötigt in weniger ausgeprägtem Masse Zahlen und numerische Inhalte zum Herstellen konkreter Sinnbezüge. Somit würde die Verschiedenheit grundlegender Spiel motive und Interessen dazu beitragen, dass sich die Entwicklung numerischer Funktionen bei Jungen und Mädchen in unterschiedlicher Intensität, aber auch in Verknüpfung mit unterschiedlichen Sinnbezügen vollzieht. Dies könnte sich durchaus auf die Entwicklung der spezifischen neuronalen Netzwerkstrukturen auswirken und auch zur Entstehung unterschiedlicher mathematischer Denkstile bei Jungen und Mädchen im Schulalter beitragen (vgl. Schwank, 1990).

Im Interesse der späteren Bildungsentwicklung und Chancengleichheit ist sowohl für den Bereich einer noch zu entwickelnden Vorschuldidaktik als auch für den Bereich der schulischen Mathematikdidaktik die Berücksichtigung geschlechtsspezifischer Entwicklungsaspekte zu fordern, nicht zuletzt um frühzeitig ungünstigen Selbstkonzeptentwicklungen bei Mädchen vorbeugen zu können.

Literatur

- Ashcraft, M. H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11, 181–185.
- Ashcraft, M. H. & Kirk, E. P. (2001). The relationship among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 224–237.
- Aster, M. G. von (2003). Umschriebene Entwicklungsstörungen des Rechnens. In B. Herpertz-Dahlmann, F. Resch, M. Schulte-Markwort & A. Warnke (Hrsg.), *Lehrbuch der Entwicklungspsychiatrie*. Stuttgart: Schattauer.
- Aster, M. G. von (2001 a). *ZAREKI. Testverfahren zur Dyskalkulie*. Frankfurt am Main: Swets & Zeitlinger.

- Aster, M. G. von (2001 b). Umschriebene Rechenstörung. Erklärungsansätze, Diagnostik und Therapie. *Psycho*, 27, 425–431.
- Aster, M. G. von, Kucian, K., Marcar, V., Loenneker, T., Jaggy, S., Weinhold, M. & Martin, E. (2002). Kopfrechnen bei Kindern – Ergebnisse einer fMRI Studie. In U. Lehmkuhl (Hrsg.), *Seelische Krankheit im Kindes- und Jugendalter – Wege zur Heilung. XXVII. Kongress der Deutschen Gesellschaft für Kinder- und Jugendpsychiatrie und Psychotherapie, Berlin, 3.–6. April 2002. Die Abstracts*. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Bischof-Köhler, D. (2002). *Von Natur aus anders. Eine Psychologie der Geschlechtsunterschiede*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Blevins-Knabe, B. & Musun-Miller, L. (1996). Number use at home by children and their parents and its relationship to early mathematical performance. *Early Development and Parenting*, 5, 35–45.
- Casey, M. B., Nuttall, R. L. & Pezaris, E. (1997). Mediators of gender differences in mathematics college entrance test scores: A comparison of spatial skills with internalized beliefs and anxieties. *Developmental Psychology*, 33, 669–680.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44, 1–42.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioural and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970–973.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development*. Washington: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (2000). From infancy to adulthood: the development of numerical abilities. In K.-J. Neumärker & M. von Aster (Eds.), *Disorders of number processing and calculation abilities. European Child and Adolescent Psychiatry*, 9, 11–17.
- Gelman, R. & Gallistel C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge: Harvard University Press.
- Ginsburg, H. P., Posner, J. K. & Russell, R. L. (1981). The development of mental addition as a function of schooling and culture. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 12, 163–179.
- Halpern, D. F. (2000). *Sex differences in cognitive abilities* (3rd ed.). Mahwah: Erlbaum.
- Hasemann, K. (2001). „Zähl doch mal!“ Die numerische Kompetenz von Schulanfängern. *Sache – Wort – Zahl*, 29, 53–58.
- Hengartner, E. & Röthlisberger, H. (1995). Rechenfähigkeit von Schulanfängern. In H. Brügelmann, H. Balhorn & I. Füssenich (Hrsg.), *Am Rande der Schrift. Zwischen Sprachvielfalt und Analphabetismus* (S. 66–86). Lengwil: Libelle.
- Jacobs, C. & Petermann, F. (2003). Dyskalkulie – Forschungsstand und Perspektiven. *Kindheit und Entwicklung*, 12, 197–211.
- Klauer, K. J. (1992). In Mathematik mehr leistungsschwache Mädchen, im Lesen und Rechtschreiben mehr leistungsschwache Jungen? Zur Diagnostik von Teilleistungsschwächen. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 24, 48–65.
- OECD (2001). *Lernen für das Leben. Erste Ergebnisse der internationalen Schulleistungsstudie PISA 2000*. Paris: OECD.
- Probst, H. & Waniek, D. (2003). Kommentar. In A. Fritz, G. Ricken & S. Schmidt (Hrsg.), *Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie*. Weinheim: Beltz.
- Schneider, W., Roth, E., Küspert, P. & Ennemoser, M. (1998). Kurz- und langfristige Effekte eines Trainings der sprachlichen (phonologischen) Bewusstheit bei unterschiedlichen Leistungsgruppen: Befunde einer Sekundäranalyse. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 30, 26–39.
- Schwank, W. (1990). *Untersuchungen algorithmischer Denkprozesse von Mädchen. Abschlussbericht Band I*. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Stern, E. (1998). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Ergebnisse aus dem Scholastik-Projekt. In F. E. Weinert (Hrsg.), *Entwicklung im Kindesalter* (S. 95–113). Weinheim: Psychologie Verlags Union.
- Wynn, K. (1990). Children's understanding of counting. *Cognition*, 36, 155–193.

PD Dr. med. Dipl.-Päd. Michael von Aster
 lic. phil. Martin Schweiter
 lic. phil. Monika Weinhold Zulauf

Zentrum für Kinder- und Jugendpsychiatrie
 der Universität Zürich
 Kinderstation Brüschalde
 Bergstrasse 120
 8708 Männedorf/ZH
 Schweiz