

Nur zum persönlichen Bedarf oder Versand anstelle eines Sonderdrucks. Eine darüber hinaus gehende Vervielfältigung, Weitergabe über Internet oder andere Netzwerke oder die Einbindung in eigene oder fremde Homepages ist nicht zulässig.

**HUBER**





# Die Entwicklung räumlicher Zahlenrepräsentationen und Rechenfertigkeiten bei Kindern

Martin Schweiter<sup>1</sup>, Monika Weinhold Zulauf<sup>2</sup> und Michael von Aster<sup>1/3</sup>

<sup>1</sup>Abteilung Kinder- und Jugendpsychiatrie, Universität Zürich, <sup>2</sup>Schul- und Erziehungsberatung, Zofingen, <sup>3</sup>Abteilung Kinder- und Jugendpsychiatrie, St. Joseph Hospital, Berlin

**Zusammenfassung:** *Hintergrund:* Die Repräsentation der Größe von Zahlen in einem von links nach rechts orientierten mentalen Zahlenstrahl wurde bei Erwachsenen mit dem SNARC-Effektes dargestellt (Spatial Numerical Association of Response Codes: schnellere Reaktion linke Hand bei kleinen Zahlen und rechte Hand bei großen Zahlen; Dehaene, Bossini & Giroux; 1993). *Fragestellung:* Die Studie untersucht die Frage, ob SNARC-Effekte (SE) schon bei Kindern der 2. Klasse nachweisbar sind und welche Zusammenhänge zu Rechenleistungen bestehen. *Methode:* Untersucht wurden  $N = 113$  Kinder aus einer repräsentativen Stichprobe aus dem Kanton Zürich. Die Überprüfung von Fertigkeiten der Zahlenverarbeitung erfolgte longitudinal im Kindergarten und in der 2. Klasse. Ebenfalls zum zweiten Testzeitpunkt erfolgte die Durchführung des computergestützten SNARC-Paradigmas. *Ergebnisse/Diskussion:* Etwa ein Drittel der Kinder zeigten einen SE. Über die gesamte Stichprobe ließ sich kein signifikanter Einfluss des SE auf die Testleistung nachweisen, es besteht jedoch eine signifikante Wechselwirkung mit dem Geschlecht. Bei Knaben korreliert der SE positiv, bei Mädchen negativ mit der Testleistung. Die Ergebnisse werden in Hinblick auf geschlechtsspezifische Aspekte der Entwicklung kognitiver Denkstile diskutiert.

**Schlüsselwörter:** Entwicklung, Zahlenverarbeitung, Rechnen, mentaler Zahlenstrahl, SNARC-Effekt, Geschlechtsunterschiede

## Development of Spatial Number Representations and Numerical Abilities in Children

**Abstract:** *Background:* The existence of spatial representations of number magnitude (mental number line) has been convincingly demonstrated in adults by associations between number size and response side preference, called SNARC-Effect (faster left- than right-hand responses for small numbers and faster right- than left-hand responses for larger numbers; Dehaene, Bossini & Giroux, 1993). *Aim of the study:* The present study focuses on the question if SNARC-effects (SE) are already present in 2nd graders and, if so, what their effects are on math performance. *Methods:*  $N = 113$  children from a representative sample out of the Canton of Zurich (CH) were investigated. Assessment for number processing and calculation abilities was conducted longitudinally at preschool level and at the end of 2nd grade. The computer based SNARC-Paradigm was carried out at the 2nd-grade level. *Results/Discussion:* About one-third of the girls and boys showed SE. According to the complete sample, analysis of variance revealed no significant effects of SE on math test performance. However, a significant interaction with gender was obtained: In boys, SE correlates positively, in girls negatively with math test performance. Gender-specific aspects concerning the development of different thinking styles and problem-solving strategies are considered to be relevant for discussion.

**Keywords:** Development, number processing, calculation, mental number Line, SNARC-effect, gender differences

## Einleitung

Eine räumlich konfigurierte innere Zahlenlinie oder Zahlenraumvorstellung scheint von besonderer Bedeutung für die kognitive Verarbeitung numerischer Inhalte und für das rechnerische Denken zu sein. Neben einer solchen räumlich-analogen Repräsentation postuliert das «Triple-Code-Model» (Dehaene, 1992) zwei weitere kognitive Zahlenrepräsentationen, eine linguistische (Zahlwort) und eine visuell-arabische (Ziffer). Gemäß heutigem Erkenntnisstand werden diese drei Zahlenrepräsentationen für unterschiedliche Aspekte im Umgang mit Zahlen benötigt. So werden z. B. Zahlenfakten (das Einmaleins) in ihrer linguistischen Form gespeichert, die Beurteilung der Parität einer Zahl (gerade/ungerade) erfolgt auf der Basis der Arabischen Notation, und schließlich benötigen wir zum Schätzen, Vergleichen und Überschlagen die innere räumliche Zahlenlinie.

Studien mit funktionell bildgebenden Verfahren (z. B. fMRI) bei erwachsenen Probanden haben im Wesentlichen die Annahmen bestätigt, wonach räumlich-analoge Zahlenrepräsentationen ein neuronales Netzwerk in den beiden parietalen Kortices der rechten und linken Hemisphäre bilden, während die linguistischen und die visuell-arabischen Repräsentationen Netzwerke im Bereich der sprachverarbeitenden fronto-temporalen Abschnitte der linken Hemisphäre bzw. in den okzipitalen visuellen Kortices beider Hirnhälften bilden (Dehaene et al. 1999; Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003).

## Eigenschaften des mentalen Zahlenstrahls

Hinsichtlich der Eigenschaften dieser inneren Zahlenlinie gibt es verschiedene Anhaltspunkte, die für eine logarithmische Skalierung sprechen. So etwa die subjektiv empfundene Verkleinerung des Abstands zwischen Zahlen mit zunehmender Entfernung vom Nullpunkt (Weber-Fechner-Gesetz; Dehaene, 2003). Erwachsene Menschen beschreiben sehr unterschiedliche geometrische Konfigurationen von Zahlenlinienvorstellungen. Gewöhnlich sind diese Repräsentationen durch Arabische Zahlen gegliedert und weisen vielfach auch Helligkeits- oder Farbabstufungen auf (Seron et al., 1992).

Als wissenschaftliche Belege für die Existenz einer inneren räumlichen Zahlenrepräsentation bei erwachsenen Menschen gelten verschiedene psychologisch messbare Effekte beim Umgang mit Zahlen: Der *Distanzeffekt* zeigt sich darin, dass Probanden Zahlen umso besser und schneller hinsichtlich ihrer Größe vergleichen können, je größer ihre Differenz ist. Der *Größeneffekt* besagt, dass die Fehlerhäufigkeiten und die Reaktionszeiten ansteigen, je größer die zu verglei-

chenden Zahlen sind. Der *SNARC-Effekt* (SNARC = Spatial Numerical Association of Response Code; Dehaene, Bossini & Giraux, 1993) beschreibt schließlich das Phänomen, dass Probanden bei kleinen Zahlen schneller mit der linken Hand und bei größeren Zahlen schneller mit der rechten Hand reagieren. Dies gilt als Hinweis für eine in Schreibrichtung orientierte mentale Zahlenlinie. Links- wie Rechtshänder weisen den SNARC-Effekt (SE) gleichermaßen auf, bei Menschen aus dem Mittleren Osten wie Hebräern oder Iranern, welche von rechts nach links schreiben, zeigt sich ein invertierter SE in dem Sinne, als sie mit der rechten Hand schneller bei kleinen Zahlen antworten und vice versa (Tversky, Kugelmass & Winter, 1991).

## Entwicklung des mentalen Zahlenstrahls

Bezüglich der Frage, wie und zu welchem Zeitpunkt sich diese räumlich-abstrakte Zahlenrepräsentation entwickelt, gibt es noch wenig gesicherte Erkenntnisse. Von Aster (2001a) geht davon aus, dass sich die abstrakte innere Zahlenlinie auf der Grundlage einer angeborenen Fähigkeit zur Repräsentation konkreter Mengen erst infolge des kulturvermittelten Erwerbs der sprachlichen und arabischen Zahlensymbole neuroplastisch ausbilden kann. Für diese These sprechen erste Hinweise aus Untersuchungen mit Kindern. So konnten Berch et al. (1999) zeigen, dass SNARC-Effekte erst bei Kindern jenseits der 3. Klassenstufe nachweisbar waren, bei jüngeren Kindern dagegen noch nicht. Eine fMRI-Studie mit Kindern der 3. und 6. Klassenstufe sowie Erwachsenen konnte zeigen, dass beim Lösen einfacher Schätzaufgaben ( $4 + 3$  ist eher 9 oder 2) die Aktivität im intraparietalen Sulcus mit dem Alter zunimmt und gleichzeitig die Aktivität im Gyrus cinguli (Aufmerksamkeit, Arbeitsgedächtnis) abnimmt (Kucian et al., in press). Dies sehen die Autoren als Beleg dafür, dass sich das parietale Netzwerk für die mentale Zahlenlinie erst im Verlauf der Grundschuljahre ausbildet.

## Fragestellung

Die vorliegende Untersuchung geht der Frage nach, ob und in welchem Ausmaß bereits bei Kindern der 2. Klassenstufe SNARC-Effekte als Hinweis auf die Entwicklung automatisierter räumlich-abstrakter Zahlenrepräsentationen (mentale Zahlenlinie) nachweisbar sind. Darüber hinaus wird untersucht, welche Zusammenhänge zum numerischen Vorwissen im Kindergartenalter und zum aktuellen mathematischen Fähigkeitsniveau in der 2. Klasse bestehen.

Angesichts der Bedeutung, die der räumlich-analogen Zahlenrepräsentation (mentaler Zahlenstrahl) für

die kognitive Domäne der Zahlenverarbeitung und des Rechnens beigemessen wird (Dehaene, 1999) erwarten wir für den Fall, dass bereits bei 2. Klässlern SE gefunden werden können einen positiven Zusammenhang zwischen SE und Testleistung ZAREKI.

## Methoden

Die Datenerhebung erfolgte im Rahmen einer Längsschnittuntersuchung zur Früherkennung von Rechenstörungen, in welcher eine repräsentative Stichprobe aus dem Kanton Zürich (Schweiz) mit  $N = 334$  Kindern im Kindergartenalter und am Ende der 2. Klasse untersucht wird.

### Stichprobe

Für die vorliegende Arbeit wurden die Daten von gesamthaft 123 Kindern erhoben. Es handelt sich um 61 Knaben und 62 Mädchen, wobei vier Knaben und sechs Mädchen von weiteren Auswertungen ausgeschlossen wurden, weil sie entweder zu hohe Fehleraten (mehr als 1/3) oder extrem lange Reaktionszeiten über 5000 ms pro Item im SNARC-Paradigma aufwiesen. Das Alter variierte bei der ersten Testung zwischen 67 und 84 Monaten (Mittelwert: 71.2 Monate; Standardabweichung: 4.9 Monate) und zum zweiten Testzeitpunkt zwischen 90 und 112 Monaten (Mittelwert 103.9 Mt, Standardabweichung 4.04 Monate), jeweils ohne nennenswerte Unterschiede zwischen den Geschlechtern.

Unter den untersuchten Kindern waren 6 Knaben und 3 Mädchen linkshändig.

### Instrumente

Zur Erfassung der numerischen Fähigkeiten im Kindergarten- und Schulalter wurde eine neu entwickelte Kindergartenversion und eine revidierte Schulversion der ZAREKI (von Aster, 2001b) eingesetzt. Zur Erfassung des SNARC-Effekts wurde ein Paradigma gewählt, bei dem die Kinder zu beurteilen hatten, ob eine auf dem Bildschirm präsentierte Zahl gerade oder ungerade ist.

### Zahlenverarbeitung und Rechnen

Mit der ZAREKI-K und der ZAREKI-R werden verschiedene inhaltliche und kodierungsspezifische Aspekte der Zahlenverarbeitung in verschiedenen Aufga-

bengruppen geprüft. Die ZAREKI-K überprüft Vorwissen und Vorläuferfertigkeiten im Rahmen verschiedener Zählaufgaben (vorwärts und rückwärts Zählen, Zählen in Zweierschritten, das Benennen von Vorläufer- und Nachfolgerzahlen, das Abzählen von visuell vorgegebenen Mengen), einfacher Textaufgaben, Aufgaben zum Verändern von visuell präsentierten Mengen und Kopfrechenaufgaben (Additionen und Subtraktionen). Das Zahlenkurzzeitgedächtnis wird durch Zahlennachsprechen geprüft und das Transkodieren von Zahlen in verschiedene Symbolisierungen wird durch Aufgaben zur Symbol-Mengen-Zuordnung, zum Zahlenlesen und Zahlenschreiben erfasst. Schließlich erfolgt eine Überprüfung semantischer Zahlenaspekte durch Tests zum Schätzen von Mengen und zum simultanen Erfassen kleiner Mengen (Subitizing), zur Zahlerhaltung sowie durch Aufgaben die das Zuordnen von Zahlen zu Positionen auf einem visuell präsentierten Zahlenstrahl, die kontextuelle Beurteilung der Größe einer Menge und das Vergleichen von Zahlen nach ihrer Mächtigkeit verlangen. Die verwendeten Skalen der ZAREKI-K wurden andersorts bereits detailliert beschrieben (Weinhold, Schweiter und von Aster, 2003).

Die in der 2. Klasse verwendete ZAREKI-R wurde gegenüber der ZAREKI in einigen Subskalen ergänzt und erweitert. In verschiedenen Subtests wurde eine Zeiterfassung eingeführt, außerdem wurden neu Multiplikationsaufgaben aufgenommen.

### SNARC-Paradigma

Zum experimentellen Nachweis des Vorliegens einer von links nach rechts orientierten abstrakt-räumlichen Zahlenrepräsentation wurde ein computergestütztes SNARC-Paradigma entwickelt. Dieses wurde auf E-Prime (Version 1.1, Psychology Software Tools, Inc.) programmiert.

Hierin haben die Kinder die Aufgabe, auf einem Monitor (15" präsentierte Zahlen (Schrift: Courier New; Schriftgröße: 200) zwischen 2 und 9 hinsichtlich ihrer Parität (gerade/ungerade) zu beurteilen. Bei ungeraden Zahlen muss die linke Maustaste des Laptops, bei geraden Zahlen die rechte Maustaste so schnell und fehlerfrei wie möglich gedrückt werden. Zu Beginn erfolgt ein Übungsdurchgang mit fünf zufälligen Zahlen mit Rückmeldung sowie anschließender Wiederholung bei Unklarheiten. Nach erfolgreicher Übung wird jede Zahl insgesamt viermal in zufälliger Reihenfolge präsentiert, insgesamt also 32 Reize vorgegeben. Die Reaktionszeiten und Fehler werden durch den Rechner (COMPAQ Evo N610c) erfasst. Nach jeder Antwort erfolgt die Präsentation des nächsten Items ohne Verzögerung.

Der SE steht für die automatische Aktivierung der

Tabelle 1. Reaktionszeiten, Fehlerraten und Indexwerte für SNARC-Effekt (SE) nach Geschlecht.

	Gesamtstichprobe			Teilstichprobe ohne SE			Teilstichprobe mit SE		
	Total (n = 113)	Mädchen (n = 56)	Knaben (n = 57)	Total (n = 73)	Mädchen (n = 38)	Knaben (n = 35)	Total (n = 40)	Mädchen (n = 18)	Knaben (n = 22)
	M (SD)	M (SD)	M (SD)	M (SD)	M (SD)	M (SD)	M (SD)	M (SD)	M (SD)
Durchschnittliche Reaktionszeit (ms) (korrekte Antworten)	1148 (353)	1185 (319)	1145 (266)	1198 (305)	1216 (327)	1179 (281)	1103 (264)	1119 (301)	1090 (237)
Fehlerhäufigkeit	2.89 (3.62)	2.81 (4.10)	2.96 (3.13)	2.81 (3.45)	2.19 (3.48)	3.46 (3.35)	3.05 (3.95)	4.18 (5.07)	2.18 (2.61)
SNARC-Index	95.0 (246.7)	98.8 (281.9)	91.2 (208.9)	224.0 (196)	228.4 (231.4)	219.2 (152.5)	-141.0 (125)	-174.8 (153.9)	-112.5 (89.1)

abstrakt-analogen räumlichen Repräsentation von Zahlen während der geforderten Paritätsbeurteilung.

Da bei den erwarteten Reaktionszeitdifferenzen der linken Hand (schneller bei kleinen, langsamer bei größeren Zahlen) nicht entschieden werden kann, ob diese auf einen Effekt der größer werdenden Zahlen (vgl. Berch et al., 1999) oder aber auf einen SE zurückzuführen sind, wurden zur Bestimmung des SE nur die Leistungen der rechten Hand analysiert. Hier wird für den SE eine entgegengesetzte Reaktionszeitdifferenz erwartet (schneller bei großen, langsamer bei kleineren Zahlen).

Die Unterscheidung zwischen Kindern mit und ohne SE wurde in der vorliegenden Untersuchung anhand der Differenz in den Reaktionszeiten der rechten Hand zwischen der Beurteilung von großen Zahlen (6, 8) und kleinen Zahlen (2, 4) vorgenommen. Negative Werte dieses Index wurden als SE gewertet.

## Durchführung

Für die Untersuchung wurde die Bewilligung durch die kantonalen Schulbehörden und die zuständige Ethikkommission der Universität Zürich eingeholt. Eltern und Lehrer wurden detailliert über die Untersuchung informiert. Die Teilnahme der Kinder erfolgte nach schriftlichem Einverständnis durch die Eltern.

Die Testung erfolgte für jedes Kind einzeln in einem separaten Raum der betreffenden Schule während der regulären Kindergarten- bzw. Schulzeit. Die Bearbeitung der ZAREKI-K durch die Kindergartenkinder dauerte in etwa eine Stunde. Die Testung in der 2. Klasse mit der ZAREKI-R und dem SNARC-Test nahm insgesamt ca. 45 Minuten in Anspruch.

Die Prüfung der statistischen Zusammenhänge erfolgte mittels Korrelationskoeffizienten (Pearson  $r$ ) sowie mittels T-Tests und mittels varianzanalytischen Verfahren (GLM). Die Berechnungen wurden mit dem Programmpaket SPSS 11.0 durchgeführt.

## Ergebnisse

### SNARC-Paradigma

In Tabelle 1 sind die ermittelten Reaktionszeiten, Fehlerhäufigkeiten und die berechneten Indexwerte für den SNARC-Effekt (SE) dargestellt. Die mittlere Reaktionszeit (rt) über die mit der rechten Hand beantworteten Items betrug 1148 ms ( $SD = 353$  ms). Die durchschnittliche Fehlerquote lag bei 2,9 Falschantworten ( $SD = 3.6$ ) innerhalb der Total 32 Reize. Mädchen und Knaben unterschieden sich weder bezüglich der rt ( $t = -.73$ ,  $df = 111$ ,  $p = .409$ ) noch bezüglich der Fehlerhäufigkeiten ( $t = .22$ ,  $df = 111$ ,  $p = .828$ ). Bei  $N = 40$  Kindern (33.9 %) konnte aus den gemessenen  $rt$ 's ein SE berechnet werden (18 Mädchen, 22 Knaben).

Der aus den mittleren Reaktionszeiten der rechten Hand gebildete SNARC-Index (rt große Zahlen – rt kleine Zahlen) weist für die Gruppe ohne SE einen Wert von 224 ms auf ( $SD = 196$  ms). Die Kinder in dieser Gruppe benötigten also mehr Zeit für die Beurteilung der Parität großer Zahlen als für diejenige kleiner Zahlen. Der Index-Wert der Gruppe mit SE beträgt -141 ms ( $SD = 125$  ms). Dies besagt, dass diese Kinder umgekehrt im Mittel bei großen Zahlen weniger Zeit benötigen als bei kleinen Zahlen. Der beobachtete Unterschied zwischen den gebildeten Gruppen ist signifikant ( $t = 10.61$ ,  $df = 111$ ,  $p = .001$ ).

### Zahlenverarbeitung und Rechnen

In Abbildung 1 sind die z-transformierten Mittelwerte für die *Gesamtleistung* in der ZAREKI-K (Kindergarten) und in der ZAREKI-R (2. Klasse) dargestellt, jeweils für die gesamte Stichprobe und für die Teilstichproben mit und ohne SE.

Bezogen auf die *gesamte Stichprobe* erreichen Knaben bereits im Kindergarten (ZAREKI-K) tendenziell höhere Werte als Mädchen. Dieser Unterschied wird

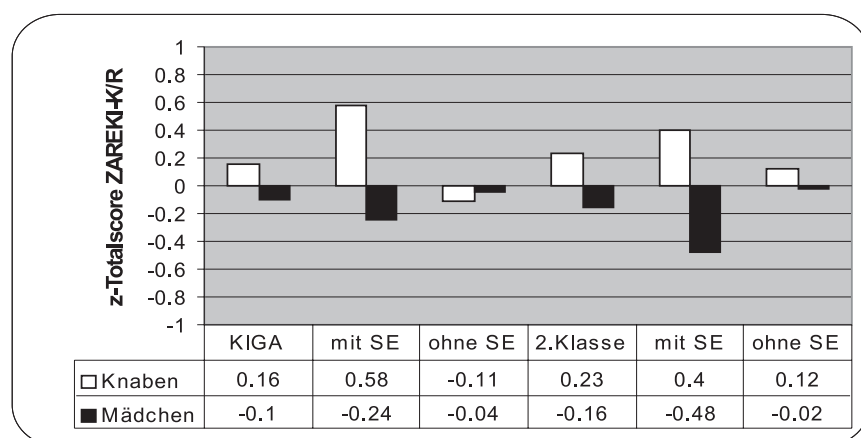


Abbildung 1. Numerische Fertigkeiten im Kindergarten und in der 2. Klasse bei Knaben und Mädchen mit und ohne SNARC-Effekt.

Tabelle 2. Z-standardisierte Mittelwerte und Standardabweichungen ZAREKI-K: Gesamtstichprobe und Teilstichprobe mit und ohne SNARC-Effekt (SE) nach Geschlecht.

ZAREKI-K	Gesamtstichprobe		Teilstichprobe ohne SE			Teilstichprobe mit SE		
	Mädchen (n = 56) M (SD)	Knaben (n = 57) M (SD)	Gesamt (n = 73) M (SD)	Mädchen (n = 38) M (SD)	Knaben (n = 35) M (SD)	Gesamt (n = 40) M (SD)	Mädchen (n = 18) M (SD)	Knaben (n = 22) M (SD)
VORWÄRTSZÄHLEN	-.06 (1.03)	.07 (.96)	-.11 (1.04)	-.06 (1.01)	-.17 (1.08)	.22 (.87)	-.06 (1.10)	.46 (.55)
RÜCKWÄRTSZÄHLEN	-.28 (.96)	.29 (.95)	-.13 (.99)	-.22 (1.0)	-.02 (1.01)	.26 (.93)	-.39 (.88)	.79 (.58)
ZÄHLEN in Zweierschritten	-.02 (.98)	.05 (1.02)	-.10 (1.02)	-.09 (.98)	-.11 (1.07)	.21 (.92)	.12 (.94)	.29 (.92)
VORLÄUFER benennen	-.14 (.93)	.20 (1.03)	-.05 (1.01)	-.10 (.97)	.02 (1.05)	.17 (.96)	-.23 (.84)	.50 (.93)
NACHFOLGER benennen	.19 (.92)	-.19 (1.06)	.03 (1.06)	.24 (.93)	-.20 (1.15)	-.06 (.92)	.07 (.92)	-.17 (.93)
ABZÄHLEN	.26 (.76)	-.23 (1.11)	.07 (.88)	.40 (.71)	-.30 (.91)	-.08 (1.15)	-.05 (.80)	-.11 (1.38)
TEXTAUFGABEN	-.06 (1.06)	.09 (.96)	-.09 (1.03)	-.08 (1.12)	-.10 (.94)	.20 (.95)	-.03 (.96)	.38 (.96)
ZAHLENNACHSPRECHEN	-.17 (.93)	.16 (1.08)	-.08 (1.00)	-.17 (.90)	.03 (1.11)	.13 (1.05)	-.15 (1.03)	.35 (1.04)
VERÄNDERN VON MENGEN	-.09 (1.08)	.09 (.93)	-.02 (.96)	-.03 (.99)	.08 (.92)	-.03 (1.11)	-.20 (1.26)	.09 (.97)
KOPFRECHNEN (Add./Subtr.)	.04 (1.02)	-.02 (.99)	.01 (1.00)	.16 (.99)	-.16 (1.00)	.07 (1.01)	-.21 (1.07)	.31 (.92)
ZAHLENSTRAHL	-.14 (.87)	.09 (1.08)	-.12 (.97)	-.11 (.88)	-.13 (1.07)	.15 (.99)	-.22 (.85)	.45 (1.01)
SCHÄTZEN + SIMULTAN- ERFASSUNG	.08 (.95)	-.01 (1.04)	-.01 (1.04)	.03 (.97)	-.06 (1.12)	.15 (.91)	.18 (.93)	.13 (.91)
ZÄHLERHALTUNG	.08 (1.02)	-.05 (1.01)	-.06 (.97)	.02 (.94)	-.16 (1.00)	.17 (1.09)	.22 (1.19)	.13 (1.03)
ZAHLENLESEN	-.16 (.99)	.19 (1.00)	-.08 (1.05)	-.14 (1.04)	-.01 (1.07)	.19 (.91)	-.18 (.92)	.49 (.80)
ZAHLENSCHREIBEN	-.08 (1.02)	.15 (.95)	-.05 (.98)	-.00 (.99)	-.10 (.99)	.19 (.98)	-.24 (1.10)	.54 (.73)
SYMBOL-MENGEN ZUORDNUNG	.11 (1.08)	-.08 (.89)	.01 (1.00)	.15 (1.04)	-.16 (.93)	.03 (1.00)	.02 (1.20)	.05 (.83)
MENGENBEURTEILUNG kognitiv	-.12 (1.06)	.13 (.95)	-.12 (1.03)	-.19 (1.10)	-.04 (.96)	.23 (.94)	.02 (1.00)	.40 (.82)
ZAHLENVERGLEICH	-.29 (1.01)	.33 (.85)	.02 (.98)	-.17 (1.08)	.16 (.84)	.09 (.99)	-.54 (.80)	.62 (.82)
TOTAL SCORE-K	-.10 (.97)	.15 (1.01)	-.08 (.98)	-.04 (.95)	-.11 (1.02)	.21 (1.01)	-.24 (1.03)	.58 (.85)**

Table 3. Z-standardisierte Mittelwerte und Standardabweichungen ZAREKI-R: Gesamtstichprobe und Teilstichprobe mit und ohne SNARC-Effekt (SE) nach Geschlecht.

ZAREKI-R	Gesamtstichprobe		Teilstichprobe ohne SE			Teilstichprobe mit SE		
	Mädchen (n = 56) M (SD)	Knaben (n = 57) M (SD)	Gesamt (n = 73) M (SD)	Mädchen (n = 38) M (SD)	Knaben (n = 35) M (SD)	Gesamt (n = 40) M (SD)	Mädchen (n = 18) M (SD)	Knaben (n = 22) M (SD)
ABZÄHLEN	.04 (1.09)	-.04 (.91)	.03 (.96)	.20 (.92)	-.14 (.97)	-.05 (1.07)	-.25 (1.30)	.13 (.79)
RÜCKWÄRTSZÄHLEN	.12 (.89)	-.12 (1.10)	.02 (.98)	.09 (.95)	-.06 (1.03)	-.03 (1.03)	.21 (.75)	-.25 (1.21)
ZAHLENSCHREIBEN	-.31 (1.06)	.31 (.86)	.06 (.97)	-.14 (.97)	.28 (.93)	-.09 (1.05)	-.50 (1.18)	.28 (.76)
KOPFRECHNEN (Add./Subtr./Mult.)	-.21 (1.01)	.21 (.96)	.08 (.89)	.00 (.78)	.16 (1.00)	-.12 (1.15)	-.48 (1.28)	.20 (.93)
ZAHLENLESEN	-.20 (1.06)	.20 (.92)	-.01 (1.08)	-.12 (1.07)	.11 (1.09)	.01 (.87)	-.30 (1.05)	.30 (.55)
ZAHLENNACHSPRECHEN	.09 (1.02)	-.09 (.98)	.03 (.99)	.15 (.88)	-.09 (1.09)	-.05 (1.03)	-.03 (1.24)	-.07 (.81)
ZAHLSTRAHL	-.13 (1.07)	.13 (.90)	.09(.88)	.09 (.66)	.07 (1.08)	-.13 (1.16)	-.44 (1.50)	.14 (.62)
ZAHLENVERGLEICH mündlich	-.25 (1.07)	.25 (.87)	.10 (.92)	-.13 (1.07)	.36 (.69)	-.15 (1.10)	-.45 (1.08)	.12 (1.07)
PERZEPTIVE MENGENVERARBEITUNG	-.06 (1.07)	.05 (.92)	-.08 (1.10)	-.03 (1.16)	-.12 (1.03)	.12 (.83)	-.05 (.93)	.28 (.71)
MENGENBEURTEILUNG kognitiv	-.11 (1.05)	.12 (.96)	-.07 (1.08)	-.14 (1.01)	.00 (1.16)	.11 (.86)	-.07 (1.14)	.27 (.45)
TEXTAUFGABEN	-.00 (.90)	.00 (1.10)	.12 (.85)	.08 (.78)	.17 (.93)	-.19 (1.19)	-.19 (1.09)	-.19 (1.29)
ZAHLENVERGLEICH schriftlich	-.13 (1.01)	.13 (.97)	.07 (.90)	-.03 (.91)	.17 (.89)	-.11 (1.14)	-.26 (1.18)	.02 (1.11)
TOTAL SCORE-R	-.20 (1.01)	.20 (.95)*	.05 (.95)	-.05 (.83)	.16 (1.05)	-.08 (1.09)	-.46 (1.24)	.27 (.80)*

in der 2. Klasse (ZAREKI-R) signifikant ( $t = 2.246$ ,  $df = 112$ ,  $p = .03$ ).

In der Gruppe der Kinder *ohne SE* zeigen sich weder im Kindergartenalter noch in der 2. Klasse signifikante Geschlechtsunterschiede (ZAREKI-K:  $t = 0.327$ ,  $df = 71$ ,  $p = .745$ ; ZAREKI-R:  $t = 0.599$ ,  $df = 71$ ,  $p = .551$ ). Ganz anders fällt dieser Vergleich bei den Kindern *mit SE* aus. Die Knaben zeigen hier eine signifikant bessere Gesamtleistung als die Mädchen und zwar sowohl im Kindergarten ( $t = 1.936$ ,  $df = 39$ ,  $p = .01$ ) als auch in der 2. Klasse ( $t = 2.396$ ,  $df = 39$ ,  $p = .01$ ).

Den Tabellen 2 und 3 sind die z-transformierten Mittelwerte und Standardabweichungen der Leistungen von Knaben und Mädchen in den einzelnen *Subskalen* für die ZAREKI-K und die ZAREKI-R zu entnehmen.

Im *Kindergartenalter* (Tab. 2) finden sich über die gesamte Stichprobe Vorteile für die Knaben beim Rückwärtszählen und beim Zahlenvergleich, während die Mädchen beim Benennen von Nachfolgern und beim Abzählen besser abschneiden.

In der Gruppe der Kinder *mit SE* fällt auf, dass die Mädchen in fast allen Subtests schwächere Leistungen

zeigen als die Knaben (insbesondere beim Rückwärtszählen, Nachfolger benennen, Zahlenstrahl, Zahlenlesen und -schreiben und Zahlenvergleich). In der Gruppe der Kinder *ohne SE* schneiden dagegen die Mädchen in mehreren Subtests besser ab als die Knaben, insbesondere beim Abzählen.

In der *zweiten Klasse* (Tabelle 3) prägen sich die Geschlechtsunterschiede ausschließlich zu Gunsten der Knaben aus. Auf die *gesamte Stichprobe* bezogen zeigen sich bessere Leistungen beim Zahlenlesen und -schreiben sowie beim mündlichen Zahlenvergleich. In der Gruppe der Kinder *ohne SE* sind die Leistungen der Knaben insbesondere beim mündlichen Zahlenvergleich, in der Gruppe *mit SE* beim Zahlenlesen und -schreiben sowie beim Kopfrechnen besser als die der Mädchen.

Die Berechnungen des korrelativen Zusammenhangs zwischen SE und *Gesamtrechenleistung* sind in Tabelle 4 dargestellt. Die Leistungen in der ZAREKI-K und der ZAREKI-R korrelieren mit .648 sehr hoch miteinander, während der SE über die Gesamtstichprobe weder mit der ZAREKI-K noch mit der ZARE-

Tabelle 4. Korrelativer Zusammenhang (Pearson  $r$ ) zwischen ZAREKI-K Gesamtscore (Kindergarten), ZAREKI-R Gesamtscore (2. Klasse) und SNARC-Effekt (SE) nach Geschlecht.

	SNARC-Effekt	ZAREKI-K Total
ZAREKI-K Total	.150	
Mädchen	.062	
Knaben	.266*	
ZAREKI-R Total	.032	.648**
Mädchen	-.119	.696**
Knaben	.233	.586**

Signifikanz  $t$ -Test: \*  $p < .05$ , \*\*  $p < .01$

KI-R signifikant korreliert. Erst bei einer nach Geschlecht differenzierten Auswertung ergibt sich für die Knaben eine mit .266 signifikant positive Korrelation zwischen ZAREKI-K und SE, die Korrelation zwischen ZAREKI-R und SE ist nahezu ebenso hoch, verfehlt aber das Signifikanzniveau. Im Unterschied zu den Knaben bestehen bei den Mädchen keine signifikanten Korrelationen, bei der ZAREKI-R sogar eine tendenziell negative Korrelation.

Zur Überprüfung der dargestellten Zusammenhänge zwischen den ZAREKI-Testleistungen, dem SE und dem Geschlecht wurde eine zweifaktorielle Varianzanalyse mittels General Linear Model (GLM) durchgeführt, das im Gegensatz zur MANOVA nicht auf der Zerlegung der Quadratsummen (full rank linear model), sondern nur auf Korrelations- und Regressionsberechnungen basiert (non full rank linear model). Die Faktoren bilden das Geschlecht (männlich/weiblich) und SE (ja/nein). Aufgrund der hohen Korrelationen der beiden als abhängige Variablen betrachteten Gesamtscores der ZAREKI-K und der ZAREKI-R wurde ein bivariates Design gewählt.

Der direkte Einfluss des Geschlechts auf die *Gesamtleistung* ist im Kindergartenalter nicht signifikant (ZAREKI-K;  $F = 3.764$ ,  $df = 1$ ,  $p = .055$ ) und in der zweiten Klasse signifikant (ZAREKI-R;  $F = 7.248$ ,  $df = 1$ ,  $p = .008$ ). Der geschlechtsbezogene Zusammenhang zwischen SE und Testleistung wird durch eine signifikante Wechselwirkung mit dem Geschlecht belegt, der sowohl im Kindergarten als auch in der zweiten Klasse besteht (ZAREKI-K:  $F = 5.448$ ,  $df = 1$ ,  $p = .021$ ; ZAREKI-R:  $F = 4.001$ ,  $df = 1$ ,  $p = .048$ ).

## Diskussion

### SNARC-Effekt

Die Entwicklung des SNARC-Effektes (SE) im Kindesalter wurde bislang kaum untersucht. Die einzige

uns bekannte Studie stammt von Berch et al. (1999), die Kinder der 2., 3., 4., 6. und 8. Klassenstufe mit einem Paradigma untersucht haben, dem ebenfalls Paritätsurteile (Ziffern 0–9) zugrunde liegen und das dem in der vorliegenden Studie verwendeten Paradigma vergleichbar ist. Die Autoren fanden erst jenseits der 3. Klasse einen SE. Bei den Kindern der 2. Klassenstufe war der Effekt nicht nachweisbar, hier zeigte sich dagegen ein Anstieg der  $rt$ 's mit zunehmender Größe der Zahl, was die Autoren als Hinweis darauf werteten, dass diese Kinder zur Aufgabenlösung noch mentale Berechnungsstrategien einsetzten.

Auch in unserer Studie ergibt sich kein SE, wenn man, wie Berch et al., die Reaktionszeiten über die gesamte Stichprobe mittelt. Erst bei der von uns vorgenommenen individuellen Berechnung des SNARC-Index zeigt sich, dass bei über einem Drittel der untersuchten Kinder ein SE nachweisbar war. Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass sich eine abstrakt-analoge räumliche Repräsentation in Form eines von links nach rechts ansteigenden Kontinuums wenig früher als zu dem von Berch et al. beschriebenen Zeitpunkt zu automatisieren beginnt, und zwar sowohl bei Knaben als auch bei Mädchen. Einschränkend muss zum einen angemerkt werden, dass die von Berch et al. untersuchte Stichprobe von Zweitklässlern wesentlich kleiner war als die hier untersuchte, und dass die von uns untersuchten Zweitklässler im Mittel etwas älter waren und altersmäßig zwischen Kindern der 2. und 3. Klassenstufe aus der zitierten Vergleichsstudie rangierten. Angesichts der Tatsache aber, dass die mittleren Reaktionszeiten der von uns untersuchten Zweitklässler genau zwischen denen der von Berch et al. untersuchten Zweit- und Drittklässlern liegen, kann davon ausgegangen werden, dass die Versuchsbedingungen vergleichbar waren. Zum zweiten bestehen Unterschiede bezüglich der Berechnung des SE. Aus untersuchungsökonomischen Gründen haben wir im Gegensatz zu Berch et al. darauf verzichtet einen parallelen 2. Durchgang mit vertauschten Antwortmodalitäten durch zu führen (gerade Zahlen: linke Hand vs. ungerade Zahlen: rechte Hand). Dies hatte zur Folge, dass unsere Berechnung des SE auf insgesamt weniger Messwerten pro Individuum basiert. Eine Überprüfung der Ergebnisse an einer größeren Stichprobe mit der erweiterten Versuchsanordnung wird derzeit durchgeführt.

Die Entwicklung von Zahlenwissen und Rechenfertigkeiten

Über das beträchtliche zahlenbezogene Wissen, über das Kinder bereits im Vorschulalter verfügen, haben wir bereits andernorts berichtet (vgl. Weinhold Zulauf, Schweiter & von Aster, 2003). Dass die Leistungen im Vorschulalter mit .65 hoch mit den Leistungen am Ende der 2. Klasse korrelieren, ist als deutlicher Beleg dafür anzusehen, dass das Vorwissen im Kindergartenalter Vorhersagekraft für die spätere

Leistungsentwicklung hat. Unsere Ergebnisse bestätigen die von Krajewski (2003) beschriebene Stabilität. Die Autorin untersuchte 134 Kinder im Kindergartenalter, in der 1. und in der 2. Klasse mit vergleichbaren Instrumenten zum Zahlenverständnis. Aus ihren Ergebnissen lassen sich ähnlich hohe Korrelationen ableiten. Dass die frühen Leistungsverteilungen auch über die weitere Schulentwicklung eine hohe Stabilität aufwiesen, haben bereits die Ergebnisse der SCHOLASTIK-Studie gezeigt (Helmke & Weinert, 1997), wobei insbesondere jene Schüler, die mit schwachen Leistungen die Grundschulzeit begonnen hatten, diese relative Position mit hoher Wahrscheinlichkeit bis zum Ende der Grundschulzeit beibehielten.

Über die Art und die Ursachen der sich in diesem Entwicklungsverlauf ausprägenden Geschlechtsunterschiede besteht noch Unklarheit. Wie wir bereits dargestellt haben, scheinen diese Geschlechtsunterschiede ihren Ursprung im Kindergartenalter zu haben (Weinhold Zulauf, Schweiter & von Aster, 2003). Der dargestellte Unterschied in der Gesamtleistung im Kindergartenalter erreicht hier zwar nicht das Signifikanzniveau, was jedoch daran liegen dürfte, dass die Auswertung hier nicht nach Testzeitpunkten (1. und 2. Halbjahr) differenziert erfolgte wie bei Weinhold et al. (2003). Dort konnte gezeigt werden dass bei den jüngeren Kindern (1. Halbjahr) noch keine, bei den älteren (2. Halbjahr) aber signifikante Unterschiede in der Gesamtleistung bestehen.

In der 2. Klasse wird der Geschlechtsunterschied zu Gunsten der Knaben in der Gesamtleistung signifikant. Betrachtet man die Leistungsverteilungen in den einzelnen Subtest so lässt sich tendenziell erkennen, dass die Knaben bereits im Kindergartenalter insbesondere bei solchen Aufgaben besser abschneiden, die eine räumlich-analoge Zahlenverarbeitung erfordern (z. B. Rückwärtszählen, Zahlenvergleichen, Einordnen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl). Wir haben die Geschlechtsunterschiede in einer früheren Arbeit (Weinhold Zulauf, Schweiter & von Aster, 2003) mit den im Vorschulalter beobachtbaren unterschiedlichen primären Spielinteressen von Knaben und Mädchen zu erklären versucht: Die spezifischen Spielinteressen ermöglichen Knaben über stärker wettbewerbsbezogene, kompetitive Inhalte einen früheren Zugang zu Zahlen mittels denen sie kontinuierliche Masse für Größe, Länge, Schnelligkeit, Stärke und Menge bilden und für Vergleichszwecke heranziehen können. Das dem gegenüber stärker beziehungs- und phantasiebezogene Spiel der Mädchen ist weniger auf numerisch abbildbare Vergleiche angewiesen.

Zusammenhang zwischen SNARC-Effekt und Rechenleistung

Der SNARC-Effekt (SE) gilt als robuster Hinweis dafür, dass Zahlen in einer räumlich analogen Weise, in Form eines inneren Zahlenstrahls, kognitiv reprä-

sentiert sind, und zwar in einer Links-Rechts-Orientierung. Diese räumlich abstrakte Repräsentation wird als eine Art Zahlensinn angesehen, der das Verstehen numerischer Größe ermöglicht und damit Funktionen wie das Schätzen, Überschlagen und Vergleichen steuert (Dehaene, 1992; Dehaene, 1999).

Wir kennen allerdings nur eine einzige Studie, die den Zusammenhang zwischen SE und Rechenleistung (sowie visuell-räumlichen Leistungen) im Kindesalter untersucht hat. Bachot, Gevers, Fias und Roeyers (im Druck) verglichen Kinder im Alter von 7 bis 12 Jahren, die an Störungen visuell-räumlicher Fertigkeiten und mathematischen Lernstörungen litten, mit einer gesunden, nach Alter gematchten Kontrollgruppe. Im Ergebnis zeigte sich klar, dass bei den rechenschwachen Kindern im Gegensatz zu den Kontrollkindern kein SE nachweisbar war. Die Autoren verwendeten allerdings für ihr Untersuchungsparadigma keine Paritätsurteile, sondern Größenvergleiche (größer oder kleiner als 5).

Vor dem Hintergrund der Ergebnisse dieser Studie und unseren eigenen hier vorgestellten Ergebnissen zur Zahlenverarbeitung und zum Rechnen im Kindergarten und in der 2. Klasse hätte erwartet werden können, dass die Gruppe der Kinder mit SE, bessere Testleistungen erreicht als die Gruppe der Kinder ohne SE und dass in der Gruppe der Kinder mit SE die Knaben deutlich überwiegen.

Überraschenderweise bestätigte sich diese Erwartung nicht bzw. nur teilweise. Nur geringfügig mehr Knaben als Mädchen zeigten einen SE, und ein signifikant positiver Zusammenhang zwischen SE und Testleistung fand sich nur bei den Knaben, nicht dagegen bei den Mädchen mit SE. Bei diesen zeigten sich sogar tendenziell eher negative Korrelationen. Dieses Ergebnis ist nicht leicht zu interpretieren: Warum profitieren in diesem Alter Knaben von der Ausbildung eines inneren Zahlenstrahls, Mädchen dagegen nicht? Zur Beantwortung dieser Frage lässt sich in Anknüpfung an das im vorherigen Abschnitt über die Bedeutung primärer Spielinteressen Gesagte nur spekulieren:

Unter dem Einfluss systematischer Beschulung erlernen Kinder in den ersten beiden Schuljahren das arabische Notationssystem sowie das Lesen und Schreiben von links nach rechts. Im Kontext dieser Lernprozesse scheint sich die innere Zahlenraum-Vorstellung auszuprägen, was mit der Entwicklung von SNARC-Effekten im 2. Schuljahr einher geht, und zwar sowohl bei Knaben als auch bei Mädchen.

Wenn man sich auf Untersuchungen zur Entwicklung mathematischer Denkstile und Problemlösestrategien bezieht, so finden sich überzeugende Belege dafür, dass Mädchen und Knaben sich diesbezüglich unterscheiden. Schwank (1996, 2003) fand unterschiedliche Denkstile und Strategien bei Knaben und Mädchen während dem Lösen mathematischer Probleme und be-

gründete auf der Basis dieser Ergebnisse ihr Konzept vom prädikativen (von Mädchen bevorzugtem) und funktionalen (von Knaben bevorzugten) Denken. Ersteres orientiert sich primär an Merkmalen und ihren Zusammenhängen, letzteres an Aktionen und ihrem Zusammenwirken.

Eine prädikative Analyse setzt nach Schwank einen routinierten Umgang im Benennen mit Wörtern voraus, die ein Wiedererkennen und Zuordnen ermöglichen, während eine funktionale Analyse räumlich-zeitliche und motorische Bezüge herstellt. Eine EEG-Studie (Mölle et al., 2000) ergab Hinweise darauf, dass sich diese Denkmuster auch hinsichtlich der Aktivierung verschiedener Hirnareale unterscheiden lassen.

Vor diesem Hintergrund erscheint es durchaus plausibel, dass Knaben, die eher zu visuell-räumlichen, funktionalen Denkstrategien neigen, von der Ausbildung einer räumlichen Zahlenrepräsentation frühzeitig profitieren. Für Mädchen dagegen, die eher gewohnt sind, sprachlich-analytische, prädikative Denkstile einzusetzen, mag die Nutzung der sich unterrichtsabhängig entwickelnden räumlichen Zahlenrepräsentation zu Irritationen führen, die zur Erklärung ihrer Minderleistungen beitragen können. Ob es sich hierbei um ein temporäres Phänomen handelt bedarf einer weiteren längsschnittlichen Überprüfung.

## Literatur

- von Aster, M. (2001a). Umschriebene Rechenstörungen. Erklärungsansätze, Diagnostik und Therapie. *Psycho*, 27, 425–431.
- von Aster, M. (2001b). *Die Neuropsychologische Testbatterie für Zahlenverarbeitung und Rechnen bei Kindern (ZAREKI)*. Lisse/Frankfurt am Main: Swets & Zeitlinger.
- Bachot, J., Gevers, W., Fias, W. & Roeyers, H. (in press). Number sense in children with visuospatial disabilities: Orientation of the mental number line. *Psychology Science*.
- Berch, D.B., Foley E.J., Hill, R.J. & McDonough Ryan, P. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: Developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Psychology*, 74, 286–308.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: A logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(4), 145–147.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P. & Cohen, J.D. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20, 487–506.
- Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können*. Basel: Birkhäuser Verlag.
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R. & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284, 970–974.
- Dehaene, S., Bossini, S. & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122, 371–396.
- Dehaene, S. (1992). Varieties in numerical abilities. *Cognition*, 44, 1–42.
- Weinert, F.E. & Helmke, A. (1997). *Entwicklung im Grundschulalter*. Weinheim: Beltz.
- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Hamburg: Verlag Dr. Kovač.
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Martin, E. & von Aster, M. (in press). Gender differences in brain activation patterns during mental rotation and number related cognitive tasks. *Psychology Science*.
- Mölle, M., Schwank, I., Marshall, L., Klöhn, A. & Born, J. (2000). Dimensional complexity and power spectral measures of the EEG during functional versus predicative problem solving. *Brain and Cognition*, 44, 547–563.
- Seron, X., Pesenti, M., Noel, M.P., Deloche, G. & Cornet, J.-A. (1992). Images of numbers, or when 98 is upper left and 6 sky blue. *Cognition*, 44, 159–196.
- Schwank, I. (2003). Einführung in prädikatives und funktionales Denken. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 35(3), 70–78.
- Schwank, I. (1996). Zur Konzeption prädikativer versus funktionaler kognitiver Strukturen und ihrer Anwendung. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, (H.6), 168–183.
- Tversky, B., Kugelmass, S. & Winter, A. (1991). Cross-cultural and developmental trends in graphic productions. *Cognitive Psychology*, 23, 515–557.
- Weinhold, M., Schweiter M. & von Aster, M. (2003). Das Kindergartenalter: Sensitive Periode für die Entwicklung numerischer Fertigkeiten. *Kindheit und Entwicklung*, 12, 222–230.

PD Dr. med. Dipl. Päd. Michael von Aster

Universität Zürich  
Zentrum für Kinder- und Jugendpsychiatrie  
Kinderstation Brüschtal  
Bergstraße 120  
CH-8708 Männedorf/ZH  
Tel. +41 1 921-2266  
E-mail vonaster@kjpd.unizh.ch